

雾膜软件

WMS504 代码包

简化版本惯性卫星松组合导航 Matlab

版本 20240818

1. 内容介绍

本代码包的功能主要有：根据陀螺仪和加速度计信息计算惯性导航；根据卫星定位信息计算组合导航。

采用 15 维状态量、3 维观测量的扩展卡尔曼滤波方法。

带有一组光纤陀螺仪惯性导航装置在固定翼飞机飞行实验数据。

本代码包是简化版本的惯性卫星组合导航算法。本代码包与标准版本的组合导航算法（本店另有出售）相比，主要区别有：

- (1) 本代码包采用当地直角坐标系计算，输出位置单位为米，而非经纬度。
- (2) 本代码包忽略了地球自转、地球曲率等因素造成的影响。
- (3) 只利用卫星导航位置计算，不利用卫星导航速度。

本代码包适用于：

- (1) 难以理解标准代码包的初学者。
- (2) 传感器精度较低、导航范围不大、运动速度不高的情况。
- (3) 处理器计算能力较低的情况。

代码包适用于：组合导航的学习、研究、教学、科研；处理组合导航实验数据。

本代码为了便于学习理解，力求简洁清楚。只保留了关键的、普适的导航计算原理。一些差异化功能没有包含在本代码中，例如：通信协议、初始对准、传感器标定、生成仿真路线等等。需要其余功能的用户可以联系本店定制开发。

2. 应用说明

2.1. 概念定义

惯性测量单元为 3 轴陀螺仪和 3 轴加速度计。定义 x 向东、y 向北、z 向天为姿态 0 位置。旋转方向和角速度方向满足右手法则，即右手握住坐标轴，大拇指位于坐标轴正向，则其余四个手指指向旋转正向。姿态的欧拉角旋转顺序定义为依次绕 z、x、y 旋转。

组合导航中，扩展卡尔曼滤波的状态变量定义为 15 维度的误差量：东北天位置，东北天速度，东北天姿态，三轴陀螺仪零偏，三轴加速度计零偏。

如果无特殊说明，一般采用国际单位制。角度单位为 rad，角速度单位为 rad/s，速度单位 m/s，加速度单位 m/s/s。

2.2. 主程序

直接运行 instance1.m 即可。

程序主要工作流程为：

```
设定初值
while(1)
{
    惯性导航计算
    更新状态方程
    if(收到卫星数据)
    {

```

```

    计算卡尔曼滤波
    根据卡尔曼滤波的计算结果补偿惯性导航的误差
}
保存数据
}

```

2.3. 设定初值

设定传感器的采样间隔时间 $dTins$, 单位为 s。

初始姿态存储于四元数中, 可以直接修改以改变初始姿态。或者可以通过 `setoula` 函数, 用欧拉角设置姿态四元数。`setoula` 函数输入单位为度。

初始速度存储于 `tspeed` 中, 可以直接修改。

初始位置顺序为纬度、经度、高度。注意纬度和经度的单位为 rad。简化版本代码包中, 导航结果的位置单位为米。

卡尔曼滤波中, 初始状态的方差矩阵为 P_k 。测量的方差矩阵为 R 。系统噪声的方差矩阵为 Q , 在本代码包中, Q 与时间和 Q_0 有关。可以根据需要设置上述参数。

2.4. 数据格式

输入数据 `data.mat` 为 9 列, 3 个角速度 (rad/s), 3 个加速度 (m/s/s), 3 个卫星位置 (rad, rad, m)。

输出数据前 9 列为导航结果, 为 3 个姿态角 (deg)、3 个速度 (m/s)、3 个位置 (m, m, m)。注意此处姿态欧拉角单位为度。

3. 计算原理

3.1. 坐标系

载体系 b 定义为与载体固定连接的坐标系, 不妨取 xyz 轴为右前上。

地理系 t 定义为与载体处地面重合的坐标系, 不妨取 xyz 轴为东北天。

导航坐标系 n 是表示导航结果的坐标系。在航海、航空领域中, 为了避免船只、飞机通过南北极附近时 n 系快速旋转导致导航结果异常, n 系会与 t 系有一定的夹角。在普通导航系统中, 可以不考虑载体通过南北极的情况, 因此选取 n 系与 t 系重合以使导航算法简化。

平台坐标系 p , 是平台式导航系统中传感器的指向, 或者是捷联式导航系统中数学换算后的传感器的指向。理想情况下 p 系与 n 系重合; 但是由于陀螺仪误差等因素, 真实的 p 系与 n 系有误差角。捷联式导航系统希望把加速度换算到 n 系中, 但是实际上是换算到了 p 系中。在一般的导航计算中, 不必刻意区分 p 系和 n 系, 但是在分析误差时需要引入 p 系。

地球坐标系 e , 是和地球固连的坐标系, 不妨规定 z 轴沿着南北极方向指向北, x 轴指向 0 经度方向。

惯性参考系 i 。惯性参考系主要用于描述概念。惯性导航中一般不需要真正地在惯性参考系中投影, 所以不必在惯性参考系中规定坐标系。

完整地描述角速率、姿态、加速度、速度、位移等需要 3 个坐标系。坐标系 β 相对于坐标系 α 的变化量 x 在坐标系 γ 的投影表示为 $x_{\alpha\beta}^{\gamma}$ 。例如, 地球自转在地理系的坐标为

$$\omega_{ie}^t = \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_e \cos L \\ \omega_e \sin L \end{bmatrix} \quad (3-1)$$

其中 ω_e 是地球自转角速率, L 是纬度。这是地球系 e 相对于惯性系 i 的转动在地理系 t 的投影。在这种表示方法下, 一些简单的计算规则如下:

同一个坐标系内表示的变量符合向量加法规则, 即

$$x_{AB}^{\gamma} + x_{BC}^{\gamma} = x_{AC}^{\gamma} \quad (3-2)$$

同一个变量在不同坐标系的换算可以用矩阵表示。

$$\mathbf{x}_{\alpha\beta}^{\mu} = \mathbf{C}_{\gamma}^{\mu} \mathbf{x}_{\alpha\beta}^{\gamma} \quad (3-3)$$

坐标变换矩阵表示旋转关系。例如二维的坐标变换矩阵为

$$\mathbf{C}_n^b = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (3-4)$$

三维的坐标旋转有 3 个自由度，可以看作是类似形式矩阵相乘。

坐标变换矩阵是正交矩阵，逆矩阵是原矩阵的转置

$$\mathbf{C}_{\mu}^{\gamma} = (\mathbf{C}_{\gamma}^{\mu})^{-1} = (\mathbf{C}_{\gamma}^{\mu})^T \quad (3-5)$$

3.2. 惯性导航

3.2.1. 基本原理

惯性导航的基本原理是：陀螺仪测量角速度，角速度积分得到姿态。加速度计测量加速度，加速度积分得到速度，速度积分得到位置。

实际情况中有一些因素导致上述计算变得复杂。1.需要进行一些坐标系变换。2.需要考虑地球的自转、重力、以及球形形状。

3.2.2. 姿态更新

三维空间有 3 个旋转自由度。类似式(3-4)，依次绕三个坐标轴旋转，则坐标变换矩阵为

$$\mathbf{C}_n^b = \begin{bmatrix} \cos \theta_y & 0 & -\sin \theta_y \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta_y & 0 & \cos \theta_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_x & \sin \theta_x \\ 0 & -\sin \theta_x & \cos \theta_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta_z & \sin \theta_z & 0 \\ -\sin \theta_z & \cos \theta_z & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3-6)$$

把坐标变换矩阵表示为绕坐标轴分别旋转三次，三次旋转的角度即为欧拉角。旋转的顺序并不是唯一的，也可以定义旋转顺序不同的欧拉角。同一个坐标变换矩阵，在不同的旋转顺序定义下，有不同的欧拉角角度；同样的旋转角度，按照不同的坐标轴顺序旋转，会得到不同的坐标变换矩阵；这个性质称为姿态角的不可交换性。所以使用欧拉角描述姿态时必须规定清楚旋转顺序。本书中欧拉角定义为：初始状态右前上 (xyz) 三轴位于东北天方向，依次绕上轴旋转偏航角，绕右轴旋转俯仰角，绕前轴旋转横滚角。

如果每次旋转的角度很小，则坐标变换矩阵近似为

$$d\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -d\theta_y \\ 0 & 1 & 0 \\ d\theta_y & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & d\theta_x \\ 0 & -d\theta_x & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & d\theta_z & 0 \\ -d\theta_z & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3-7)$$

略去二阶小量，则有

$$d\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & d\theta_z & -d\theta_y \\ -d\theta_z & 1 & d\theta_x \\ d\theta_y & -d\theta_x & 1 \end{bmatrix} \quad (3-8)$$

上式表示了坐标旋力矩阵与旋转角度的关系。如果旋转角度很小，则不必考虑旋转顺序。

为了表示的方便，引入角增量反对称矩阵

$$[\boldsymbol{\theta}] = \begin{bmatrix} 0 & -\theta_z & \theta_y \\ \theta_z & 0 & -\theta_x \\ -\theta_y & \theta_x & 0 \end{bmatrix} \quad (3-9)$$

那么姿态矩阵更新公式为

$$\mathbf{C}_b^i(t+T) = \mathbf{C}_b^i(t) \lim_{k \rightarrow +\infty} \left(\mathbf{I} + \frac{[\boldsymbol{\theta}_{ib}^b]}{k} \right)^k = \mathbf{C}_b^i(t) \exp([\boldsymbol{\theta}_{ib}^b]) \quad (3-10)$$

其中 \exp 表示自然常数 e 为底数的指数函数。 $\mathbf{C}_b^i(t)$ 是上一时刻的姿态矩阵， $\mathbf{C}_b^i(t+T)$ 是下一时刻的姿态矩阵。上式即姿态更新公式。

利用麦克劳林公式，能得到更便于计算的如下公式

$$\exp([\boldsymbol{\theta}]) = \mathbf{I} + \frac{\sin|\boldsymbol{\theta}|}{|\boldsymbol{\theta}|} [\boldsymbol{\theta}] + \frac{1 - \cos|\boldsymbol{\theta}|}{|\boldsymbol{\theta}|^2} [\boldsymbol{\theta}]^2 \quad (3-11)$$

如果旋转角度较小，同时为了避免分母为 0，可以采用如下近似公式

$$\exp([\boldsymbol{\theta}]) \approx \mathbf{I} + [\boldsymbol{\theta}] \quad (3-12)$$

根据上述若干公式，使用陀螺仪数据计算得到姿态。

实际导航系统中，为了防止计算误差导致姿态矩阵失去正交性，也为了减少计算量，往往采用四元数代替姿态矩阵进行姿态更新。四元数定义为

$$\mathbf{q} = \left[\cos \frac{\theta}{2} \ u_x \sin \frac{\theta}{2} \ u_y \sin \frac{\theta}{2} \ u_z \sin \frac{\theta}{2} \right]^T \quad (3-13)$$

其中 θ 是旋转的角度， $[u_x \ u_y \ u_z]^T$ 是旋转轴的单位向量。

四元数也可以表示为

$$\mathbf{q} = \cos \frac{\theta}{2} + \mathbf{A} \sin \frac{\theta}{2} \quad (3-14)$$

其中 \mathbf{A} 是旋转轴的单位向量。

四元数姿态微分方程为

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & -\omega_x & -\omega_y & -\omega_z \\ \omega_x & 0 & \omega_z & -\omega_y \\ \omega_y & -\omega_z & 0 & \omega_x \\ \omega_z & \omega_y & -\omega_x & 0 \end{bmatrix} \mathbf{q} \quad (3-15)$$

引入 4 维的角增量矩阵

$$[\boldsymbol{\theta}] = \begin{bmatrix} 0 & -\theta_x & -\theta_y & -\theta_z \\ \theta_x & 0 & \theta_z & -\theta_y \\ \theta_y & -\theta_z & 0 & \theta_x \\ \theta_z & \theta_y & -\theta_x & 0 \end{bmatrix} \quad (3-16)$$

四元数更新姿态的公式为

$$\mathbf{q}(t+T) = \left(\cos \frac{|\boldsymbol{\theta}|}{2} \mathbf{I} + \frac{\sin \frac{|\boldsymbol{\theta}|}{2}}{|\boldsymbol{\theta}|} [\boldsymbol{\theta}] \right) \mathbf{q}(t) \quad (3-17)$$

姿态可以用 3×3 矩阵或者 4×1 的四元数表示。本代码包采用四元数计算姿态，这是主流方法。但是矩阵对于坐标系变换的计算比较方便，所以坐标变换的地方使用了矩阵表示姿态。根据角度增量更新姿态四元数，为 `quupdate` 函数。

3.2.3. 速度更新和位置更新

加速度计测量的加速度是 \mathbf{b} 系的，要把加速度换算为 \mathbf{n} 系，才可用于计算速度位置。

\mathbf{n} 系的加速度需要扣除地球重力。

对于局部直角坐标系，加速度积分即速度，速度积分即位置。

3.3. 组合导航

3.3.1. 原理概述

连续计算惯性导航；当获取卫星数据时，采用扩展卡尔曼滤波修正导航误差。

卡尔曼滤波可以理解为：根据方差求权重，做加权平均。

原始的卡尔曼滤波适用于线性系统。因为导航系统不是线性的，所以采用扩展卡尔曼滤波。扩展卡尔曼滤波的主要方法是，选用误差量，利用一阶微分近似为线性系统。滤波得到误差量估计值后，立刻补偿误差。

有的文献把 EKF 算法进一步细化为 ESKF 算法，严格意义上本代码包的方法属于 ESKF

算法。但是大量的文献没有把 EKF 算法进行如此细致的划分，本代码包的算法完全可以说就是 EKF 算法。

3.3.2. 卡尔曼滤波

比较复杂的系统中，一方面系统具有多个自由度，另一方面被测量随着时间而变化。因此用状态空间方程的形式描述系统的关系，并把加权平均数计算方法用矩阵表示，则得到卡尔曼滤波。

系统表示为：

$$\mathbf{x}_k = \Phi \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{w}_{k-1} \quad (3-18)$$

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{H} \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k \quad (3-19)$$

其中是 \mathbf{x} 状态量，是希望获得而又难以准确测量的量。式(3-18)描述了被测量的变化关系，这里是离散形式。 \mathbf{z} 表示量测量，是能测量得到但是包含随机误差的量。式(3-19)描述了量测量与状态量的关系。 \mathbf{w} 和 \mathbf{v} 是随机噪声。有的系统中 \mathbf{w} 和 \mathbf{v} 会乘以系数矩阵，但是大多数惯性导航装置的三轴传感器精度大体相当，因此没必要引入标准卡尔曼滤波的 Γ 矩阵。

状态量的变化也可以描述为连续方程

$$\dot{\mathbf{x}}_k = \mathbf{F} \mathbf{x}_{k-1} \quad (3-20)$$

如果采样间隔足够小，离散方程与连续方程的关系为

$$\Phi = I + FT \quad (3-21)$$

其中 T 为采样间隔， I 为单位矩阵。

卡尔曼滤波的解算过程就是根据 \mathbf{z} 估计 \mathbf{x} ，具体方法如下：

如果不考虑误差，前后时刻的 \mathbf{x} 具有关系

$$\hat{\mathbf{X}}_{k|k-1} = \Phi \hat{\mathbf{X}}_{k-1} \quad (3-22)$$

$\hat{\mathbf{X}}_{k-1}$ 是前一时刻 \mathbf{x} 的估计值， $\hat{\mathbf{X}}_{k|k-1}$ 是推算的后一时刻的 \mathbf{x} 。但是因为误差的存在，这个推算并不准确，需要根据 \mathbf{z} 修正，因此取

$$\hat{\mathbf{X}}_k = \hat{\mathbf{X}}_{k|k-1} + K_k (\mathbf{z}_k - H \hat{\mathbf{X}}_{k|k-1}) \quad (3-23)$$

其中 K_k 是反映权重的滤波增益。这个增益由如下方法计算

$$P_{k|k-1} = \Phi P_{k-1} \Phi^T + Q \quad (3-24)$$

$$K_k = P_{k|k-1} H^T (H P_{k|k-1} H^T + R)^{-1} \quad (3-25)$$

$$P_k = (I - K_k H) P_{k|k-1} (I - K_k H)^T + K_k R K_k^T \quad (3-26)$$

其中 P 、 Q 、 R 分别是 $\hat{\mathbf{X}}$ 、 \mathbf{w} 、 \mathbf{v} 的方差矩阵。

上述公式给出了线性系统的卡尔曼滤波方法。非线性系统可以局部微分而近似为线性系统，采用扩展卡尔曼滤波方法解算。扩展卡尔曼滤波中的 \mathbf{x} 是误差量，扩展卡尔曼滤波获得误差量后，及时修正，使得误差量总维持在较小范围内；在误差量较小时，局部微分得到的线性系统与原始的非线性系统基本一致，卡尔曼滤波能取得较好效果。

代码包采用闭环反馈校正的方式，滤波后修正惯导误差，所以标准卡尔曼滤波中的 $\hat{\mathbf{X}}_{k-1}$ 取 0，简化后的计算公式为

$$\hat{\mathbf{X}}_k = K_k \mathbf{z}_k \quad (3-27)$$

导航系统是非线性系统。取扩展卡尔曼滤波的状态量 \mathbf{x} 为 15 维向量，包含位置误差、速度误差、姿态误差、陀螺仪零偏、加速度计零偏各 3 各自由度。

用扩展卡尔曼滤波进行组合导航的步骤是：1. 进行惯性导航解算。2. 卫星修正时，比较惯性导航与卫星导航的结果偏差，即 \mathbf{z} 。3. 用卡尔曼滤波计算 \mathbf{x} 。4. 根据 \mathbf{x} 修正惯性导航的结果，并返回步骤 1。

3.3.3. 组合导航的状态矩阵

惯性和卫星组合导航系统关键在于具体列出状态矩阵 Φ ，即可实现组合导航的计算。扩

展卡尔曼滤波的矩阵 \mathbf{F} 是雅可比矩阵，即偏微分矩阵。根据惯性导航的计算公式，可以得到 \mathbf{F} 如下。

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{O}_3 & \mathbf{I}_3 & \mathbf{O}_3 & \mathbf{O}_3 & \mathbf{O}_3 \\ \mathbf{O}_3 & \mathbf{O}_3 & \mathbf{F}_{av} & \mathbf{O}_3 & \mathbf{C}_b^n \\ \mathbf{O}_3 & \mathbf{O}_3 & \mathbf{O}_3 & -\mathbf{C}_b^n & \mathbf{O}_3 \\ \mathbf{O}_3 & \mathbf{O}_3 & \mathbf{O}_3 & \mathbf{O}_3 & \mathbf{O}_3 \\ \mathbf{O}_3 & \mathbf{O}_3 & \mathbf{O}_3 & \mathbf{O}_3 & \mathbf{O}_3 \end{bmatrix} \quad (3-28)$$

其中每个子矩阵都是 3 阶方阵， \mathbf{O}_3 表示 0 矩阵。

反映姿态误差对速度误差影响的子矩阵为

$$\mathbf{F}_{av} = \begin{bmatrix} 0 & -f_U & f_N \\ f_U & 0 & -f_E \\ -f_N & f_E & 0 \end{bmatrix} \quad (3-29)$$

其中 f_E 、 f_N 、 f_U 是换算到 n 系的加速度计数值，即不扣除重力的比力信息。

$$\mathbf{f}_n = \begin{bmatrix} f_E \\ f_N \\ f_U \end{bmatrix} = \mathbf{C}_b^n \mathbf{f}_b \quad (3-30)$$

导航计算机每次收到惯性数据时，要计算 \mathbf{F} 矩阵，并更新 Φ 矩阵。导航计算机收到卫星数据时再进行卡尔曼滤波解算，并根据滤波计算得到的误差量修正导航结果。

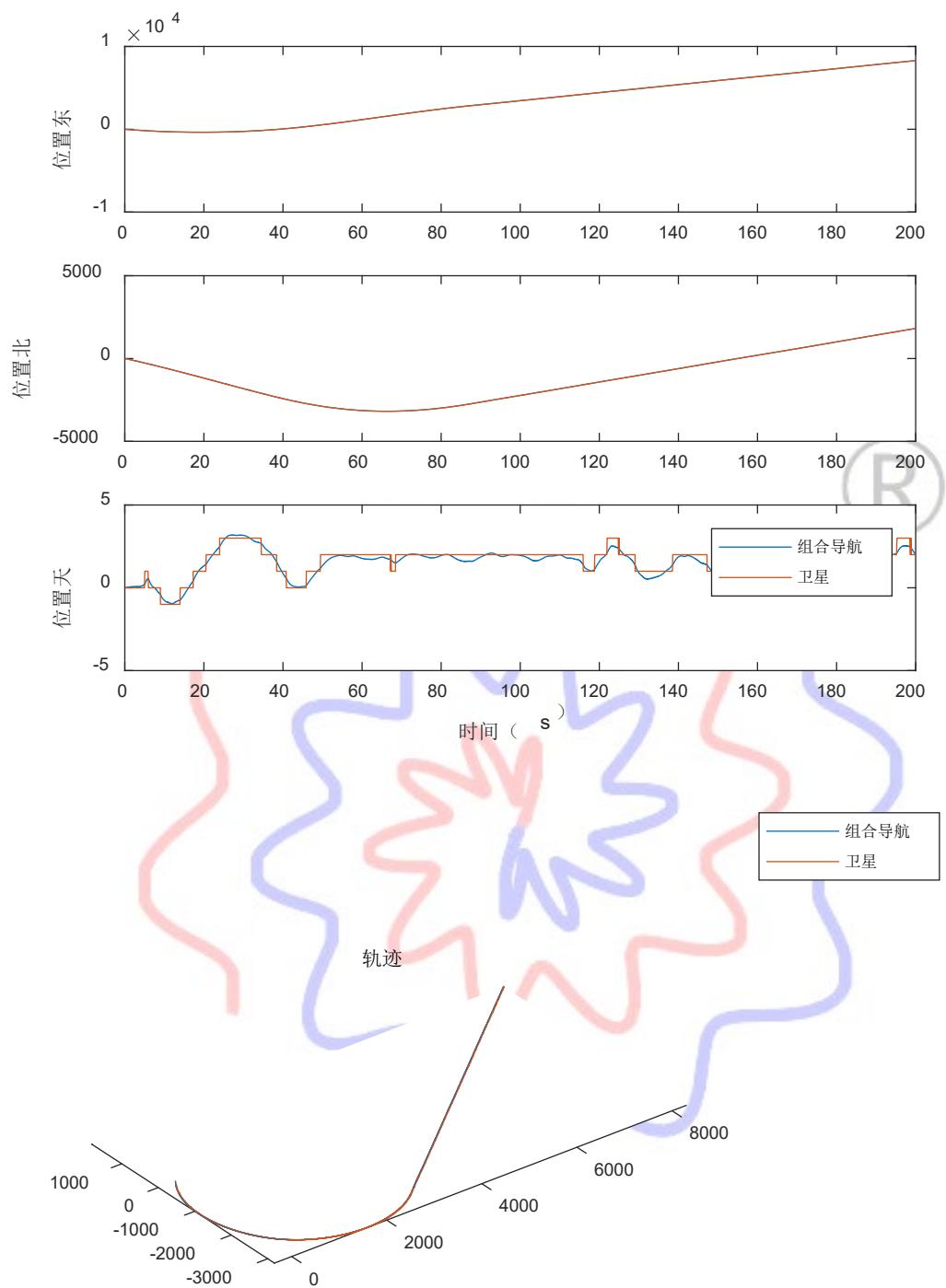
4. 代码包预览

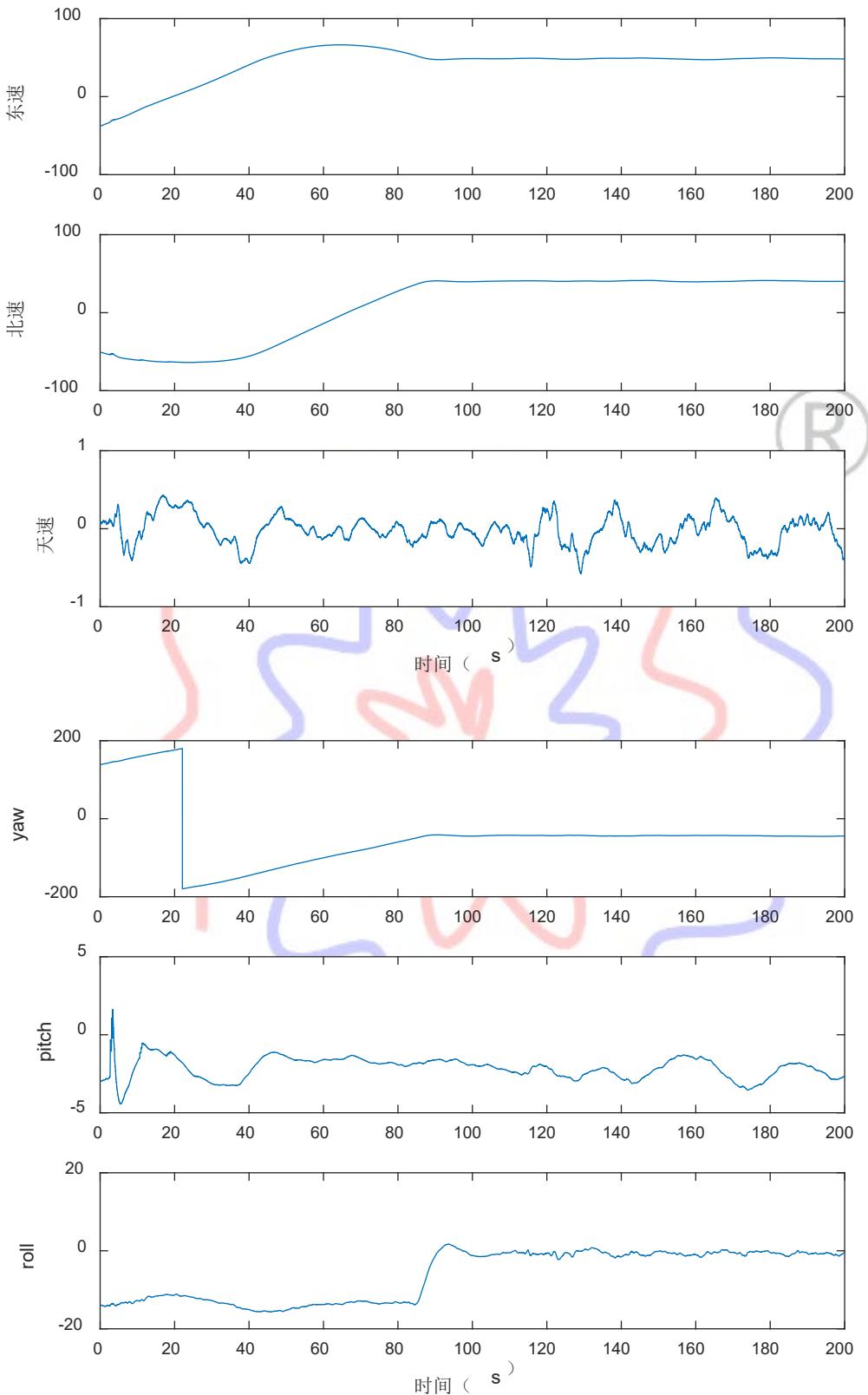
4.1. 部分代码截图

(由于版本迭代，实际代码可能与截图有轻微差别)

```

1  %function [atti,speed, pos, accn]=insgyroacc(gyro, acc, atti, speed, pos, c
2  %惯导解算
3  %输入加速度、角速度
4
5
6  %准备，补偿传感器误差。
7  %注意方向：算惯导的时候，是加零偏。卡尔曼滤波补偿的时候，新零偏=旧零偏-〉
8  acc1=acc+biasacc;
9  gyro1=gyro+biasgyro;
10
11
12
13
14  %%一、计算姿态
15  atti=qupdate(atti, gyro1*dTins);%更新姿态
16  Cbn=cbn(atti);
17
18  %%二、计算速度
19  accn=Cbn*acc1;%更新这个数，以便于卡尔曼滤波的部分使用
20
21  gn=[0;0;-ge];
22  an=accn+gn;
23  speed=speed+dTins*an;%更新速度
24
25  %%三、计算位置
26  pos=pos+dTins*speed;%更新位置
27
28  %%编辑器
29  %%发布
30  %%视图
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49
50
51
52
53
54
55
56
57
58
59
60
61
62
63
64
65
66
67
68
69
70
71
72
73
74
75
76
77
78
79
80
81
82
83
84
85
86
87
88
89
90
91
92
93
94
95
96
97
98
99
100
101
102
103
104
105
106
107
108
109
110
111
112
113
114
115
116
117
118
119
120
121
122
123
124
125
126
127
128
129
130
131
132
133
134
135
136
137
138
139
140
141
142
143
144
145
146
147
148
149
150
151
152
153
154
155
156
157
158
159
160
161
162
163
164
165
166
167
168
169
170
171
172
173
174
175
176
177
178
179
180
181
182
183
184
185
186
187
188
189
190
191
192
193
194
195
196
197
198
199
200
201
202
203
204
205
206
207
208
209
210
211
212
213
214
215
216
217
218
219
220
221
222
223
224
225
226
227
228
229
230
231
232
233
234
235
236
237
238
239
240
241
242
243
244
245
246
247
248
249
250
251
252
253
254
255
256
257
258
259
260
261
262
263
264
265
266
267
268
269
270
271
272
273
274
275
276
277
278
279
280
281
282
283
284
285
286
287
288
289
290
291
292
293
294
295
296
297
298
299
300
301
302
303
304
305
306
307
308
309
310
311
312
313
314
315
316
317
318
319
320
321
322
323
324
325
326
327
328
329
330
331
332
333
334
335
336
337
338
339
340
341
342
343
344
345
346
347
348
349
350
351
352
353
354
355
356
357
358
359
360
361
362
363
364
365
366
367
368
369
370
371
372
373
374
375
376
377
378
379
380
381
382
383
384
385
386
387
388
389
390
391
392
393
394
395
396
397
398
399
400
401
402
403
404
405
406
407
408
409
410
411
412
413
414
415
416
417
418
419
420
421
422
423
424
425
426
427
428
429
430
431
432
433
434
435
436
437
438
439
440
441
442
443
444
445
446
447
448
449
450
451
452
453
454
455
456
457
458
459
460
461
462
463
464
465
466
467
468
469
470
471
472
473
474
475
476
477
478
479
480
481
482
483
484
485
486
487
488
489
490
491
492
493
494
495
496
497
498
499
500
501
502
503
504
505
506
507
508
509
510
511
512
513
514
515
516
517
518
519
520
521
522
523
524
525
526
527
528
529
530
531
532
533
534
535
536
537
538
539
540
541
542
543
544
545
546
547
548
549
550
551
552
553
554
555
556
557
558
559
560
561
562
563
564
565
566
567
568
569
570
571
572
573
574
575
576
577
578
579
580
581
582
583
584
585
586
587
588
589
589
590
591
592
593
594
595
596
597
598
599
600
601
602
603
604
605
606
607
608
609
610
611
612
613
614
615
616
617
618
619
620
621
622
623
624
625
626
627
628
629
630
631
632
633
634
635
636
637
638
639
640
641
642
643
644
645
646
647
648
649
650
651
652
653
654
655
656
657
658
659
660
661
662
663
664
665
666
667
668
669
670
671
672
673
674
675
676
677
678
679
680
681
682
683
684
685
686
687
688
689
689
690
691
692
693
694
695
696
697
698
699
700
701
702
703
704
705
706
707
708
709
709
710
711
712
713
714
715
716
717
718
719
719
720
721
722
723
724
725
726
727
728
729
729
730
731
732
733
734
735
736
737
738
739
739
740
741
742
743
744
745
746
747
748
749
749
750
751
752
753
754
755
756
757
758
759
759
760
761
762
763
764
765
766
767
768
769
769
770
771
772
773
774
775
776
777
778
779
779
780
781
782
783
784
785
786
787
787
788
789
789
790
791
792
793
794
795
796
797
797
798
799
799
800
801
802
803
804
805
806
807
808
809
809
810
811
812
813
814
815
816
817
818
819
819
820
821
822
823
824
825
826
827
828
829
829
830
831
832
833
834
835
836
837
838
839
839
840
841
842
843
844
845
846
847
848
849
849
850
851
852
853
854
855
856
857
858
859
859
860
861
862
863
864
865
866
867
868
869
869
870
871
872
873
874
875
876
877
878
879
879
880
881
882
883
884
885
886
887
887
888
889
889
890
891
892
893
894
895
896
897
897
898
899
899
900
901
902
903
904
905
906
907
908
909
909
910
911
912
913
914
915
916
917
917
918
919
919
920
921
922
923
924
925
926
927
927
928
929
929
930
931
932
933
934
935
936
937
937
938
939
939
940
941
942
943
944
945
945
946
947
947
948
949
949
950
951
952
953
954
955
956
956
957
958
958
959
959
960
961
962
963
963
964
965
965
966
966
967
967
968
968
969
969
970
971
971
972
972
973
973
974
974
975
975
976
976
977
977
978
978
979
979
980
980
981
981
982
982
983
983
984
984
985
985
986
986
987
987
988
988
989
989
990
990
991
991
992
992
993
993
994
994
995
995
996
996
997
997
998
998
999
999
1000
1000
1001
1001
1002
1002
1003
1003
1004
1004
1005
1005
1006
1006
1007
1007
1008
1008
1009
1009
1010
1010
1011
1011
1012
1012
1013
1013
1014
1014
1015
1015
1016
1016
1017
1017
1018
1018
1019
1019
1020
1020
1021
1021
1022
1022
1023
1023
1024
1024
1025
1025
1026
1026
1027
1027
1028
1028
1029
1029
1030
1030
1031
1031
1032
1032
1033
1033
1034
1034
1035
1035
1036
1036
1037
1037
1038
1038
1039
1039
1040
1040
1041
1041
1042
1042
1043
1043
1044
1044
1045
1045
1046
1046
1047
1047
1048
1048
1049
1049
1050
1050
1051
1051
1052
1052
1053
1053
1054
1054
1055
1055
1056
1056
1057
1057
1058
1058
1059
1059
1060
1060
1061
1061
1062
1062
1063
1063
1064
1064
1065
1065
1066
1066
1067
1067
1068
1068
1069
1069
1070
1070
1071
1071
1072
1072
1073
1073
1074
1074
1075
1075
1076
1076
1077
1077
1078
1078
1079
1079
1080
1080
1081
1081
1082
1082
1083
1083
1084
1084
1085
1085
1086
1086
1087
1087
1088
1088
1089
1089
1090
1090
1091
1091
1092
1092
1093
1093
1094
1094
1095
1095
1096
1096
1097
1097
1098
1098
1099
1099
1100
1100
1101
1101
1102
1102
1103
1103
1104
1104
1105
1105
1106
1106
1107
1107
1108
1108
1109
1109
1110
1110
1111
1111
1112
1112
1113
1113
1114
1114
1115
1115
1116
1116
1117
1117
1118
1118
1119
1119
1120
1120
1121
1121
1122
1122
1123
1123
1124
1124
1125
1125
1126
1126
1127
1127
1128
1128
1129
1129
1130
1130
1131
1131
1132
1132
1133
1133
1134
1134
1135
1135
1136
1136
1137
1137
1138
1138
1139
1139
1140
1140
1141
1141
1142
1142
1143
1143
1144
1144
1145
1145
1146
1146
1147
1147
1148
1148
1149
1149
1150
1150
1151
1151
1152
1152
1153
1153
1154
1154
1155
1155
1156
1156
1157
1157
1158
1158
1159
1159
1160
1160
1161
1161
1162
1162
1163
1163
1164
1164
1165
1165
1166
1166
1167
1167
1168
1168
1169
1169
1170
1170
1171
1171
1172
1172
1173
1173
1174
1174
1175
1175
1176
1176
1177
1177
1178
1178
1179
1179
1180
1180
1181
1181
1182
1182
1183
1183
1184
1184
1185
1185
1186
1186
1187
1187
1188
1188
1189
1189
1190
1190
1191
1191
1192
1192
1193
1193
1194
1194
1195
1195
1196
1196
1197
1197
1198
1198
1199
1199
1200
1200
1201
1201
1202
1202
1203
1203
1204
1204
1205
1205
1206
1206
1207
1207
1208
1208
1209
1209
1210
1210
1211
1211
1212
1212
1213
1213
1214
1214
1215
1215
1216
1216
1217
1217
1218
1218
1219
1219
1220
1220
1221
1221
1222
1222
1223
1223
1224
1224
1225
1225
1226
1226
1227
1227
1228
1228
1229
1229
1230
1230
1231
1231
1232
1232
1233
1233
1234
1234
1235
1235
1236
1236
1237
1237
1238
1238
1239
1239
1240
1240
1241
1241
1242
1242
1243
1243
1244
1244
1245
1245
1246
1246
1247
1247
1248
1248
1249
1249
1250
1250
1251
1251
1252
1252
1253
1253
1254
1254
1255
1255
1256
1256
1257
1257
1258
1258
1259
1259
1260
1260
1261
1261
1262
1262
1263
1263
1264
1264
1265
1265
1266
1266
1267
1267
1268
1268
1269
1269
1270
1270
1271
1271
1272
1272
1273
1273
1274
1274
1275
1275
1276
1276
1277
1277
1278
1278
1279
1279
1280
1280
1281
1281
1282
1282
1283
1283
1284
1284
1285
1285
1286
1286
1287
1287
1288
1288
1289
1289
1290
1290
1291
1291
1292
1292
1293
1293
1294
1294
1295
1295
1296
1296
1297
1297
1298
1298
1299
1299
1300
1300
1301
1301
1302
1302
1303
1303
1304
1304
1305
1305
1306
1306
1307
1307
1308
1308
1309
1309
1310
1310
1311
1311
1312
1312
1313
1313
1314
1314
1315
1315
1316
1316
1317
1317
1318
1318
1319
1319
1320
1320
1321
1321
1322
1322
1323
1323
1324
1324
1325
1325
1326
1326
1327
1327
1328
1328
1329
1329
1330
1330
1331
1331
1332
1332
1333
1333
1334
1334
1335
1335
1336
1336
1337
1337
1338
1338
1339
1339
1340
1340
1341
1341
1342
1342
1343
1343
1344
1344
1345
1345
1346
1346
1347
1347
1348
1348
1349
1349
1350
1350
1351
1351
1352
1352
1353
1353
1354
1354
1355
1355
1356
1356
1357
1357
1358
1358
1359
1359
1360
1360
1361
1361
1362
1362
1363
1363
1364
1364
1365
1365
1366
1366
1367
1367
1368
1368
1369
1369
1370
1370
1371
1371
1372
1372
1373
1373
1374
1374
1375
1375
1376
1376
1377
1377
1378
1378
1379
1379
1380
1380
1381
1381
1382
1382
1383
1383
1384
1384
1385
1385
1386
1386
1387
1387
1388
1388
1389
1389
1390
1390
1391
1391
1392
1392
1393
1393
1394
1394
1395
1395
1396
1396
1397
1397
1398
1398
1399
1399
1400
1400
1401
1401
1402
1402
1403
1403
1404
1404
1405
1405
1406
1406
1407
1407
1408
1408
1409
1409
1410
1410
1411
1411
1412
1412
1413
1413
1414
1414
1415
1415
1416
1416
1417
1417
1418
1418
1419
1419
1420
1420
1421
1421
1422
1422
1423
1423
1424
1424
1425
1425
1426
1426
1427
1427
1428
1428
1429
1429
1430
1430
1431
1431
1432
1432
1433
1433
1434
1434
1435
1435
1436
1436
1437
1437
1438
1438
1439
1439
1440
1440
1441
1441
1442
1442
1443
1443
1444
1444
1445
1445
1446
1446
1447
1447
1448
1448
1449
1449
1450
1450
1451
1451
1452
1452
1453
1453
1454
1454
1455
1455
1456
1456
1457
1457
1458
1458
1459
1459
1460
1460
1461
1461
1462
1462
1463
1463
1464
1464
1465
1465
1466
1466
1467
1467
1468
1468
1469
1469
1470
1470
1471
1471
1472
1472
1473
1473
1474
1474
1475
1475
1476
1476
1477
1477
1478
1478
1479
1479
1480
1480
1481
1481
1482
1482
1483
1483
1484
1484
1485
1485
1486
1486
1487
1487
1488
1488
1489
1489
1490
1490
1491
1491
1492
1492
1493
1493
1494
1494
1495
1495
1496
1496
1497
1497
1498
1498
1499
1499
1500
1500
1501
1501
1502
1502
1503
1503
1504
1504
1505
1505
1506
1506
1507
1507
1508
1508
1509
1509
1510
1510
1511
1511
1512
1512
1513
1513
1514
1514
1515
1515
1516
1516
1517
1517
1518
1518
1519
1519
1520
1520
1521
1521
1522
1522
1523
1523
1524
1524
1525
1525
1526
1526
1527
1527
1528
1528
1529
1529
1530
1530
1531
1531
1532
1532
1533
1533
1534
1534
1535
1535
1536
1536
1537
1537
1538
1538
1539
1539
1540
1540
1541
1541
1542
1542
1543
1543
1544
1544
1545
1545
1546
1546
1547
1547
1548
1548
1549
1549
1550
1550
1551
1551
1552
1552
1553
1553
1554
1554
1555
1555
1556
1556
1557
1557
1558
1558
1559
1559
1560
1560
1561
1561
1562
1562
1563
1563
1564
1564
1565
1565
1566
1566
1567
1567
1568
1568
1569
1569
1570
1570
1571
1571
1572
1572
1573
1573
1574
1574
1575
1575
1576
1576
1577
1577
1578
1578
1579
1579
1580
1580
1581
1581
1582
1582
1583
1583
1584
1584
1585
1585
1586
1586
1587
1587
1588
1588
1589
1589
1590
1590
1591
1591
1592
1592
1593
1593
1594
1594
1595
1595
1596
1596
1597
1597
1598
1598
1599
1599
1600
1600
1601
1601
1602
1602
1603
1603
1604
1604
1605
1605
1606
1606
1607
1607
1608
1608
1609
1609
1610
1610
1611
1611
1612
1612
1613
1613
1614
1614
1615
1615
1616
1616
1617
1617
1618
1618
1619
1619
1620
1620
1621
1621
1622
1622
1623
1623
1624
1624
1625
1625
1626
1626
1627
1627
1628
1628
1629
1629
1630
1630
1631
1631
1632
1632
1633
1633
1634
1634
1635
1635
1636
1636
1637
1637
1638
1638
1639
1639
1640
1640
1641
1641
1642
1642
1643
1643
1644
1644
1645
1645
1646
1646
1647
1647
1648
1648
1649
1649
1650
1650
1651
1651
1652
1652
1653
1653
1654
1654
1655
1655
1656
1656
1657
1657
1658
1658
1659
1659
1660
1660
1661
1661
1662
1662
1663
1663
1664
1664
1665
1665
1666
1666
1667
1667
1668
1668
1669
1669
1670
1670
1671
1671
16
```





5. 常见问题

5.1. 代码容易看懂吗

本代码为了便于学习理解，力求简洁清楚。但是代码包技术含量较高，本店不保证用户能理解代码。用户可以参照前文的代码截图，预先评估自己是否可以理解代码包的内容。

为了防止非法转卖，代码包的注释比较简化。如有难以理解的部分，可以联系本店人工答疑。

5.2. 组合导航比卫星导航更准吗

组合导航结果基本相当于卫星导航结果的平滑。对于低精度 IMU，组合结果甚至可能不如卫星导航准确。

组合导航与卫星导航相比，主要优势有：1.组合导航的数据刷新率更高。2.组合导航可以输出姿态信息。

5.3. 算法的精度是多少

对于绝大多数情况，组合导航的精度主要取决于传感器精度，算法精度不是导航结果精度的瓶颈。如果用户得到的导航结果精度偏低，应当优先检查传感器精度。

代码包处理附带数据的精度，不能代表代码包处理用户数据的精度。

代码包附带了真实实验数据。真实实验数据的绝对精度难以评估。

如果用户期望在实验中评估绝对精度，有几种可行的方案：1.采用更高精度的导航设备作为位置基准，与自制设备一同实验；比如采用成品高精度组合导航装置，或采用 RTK 卫星导航装置。2.测绘特定轨道位置，沿着特定轨道运动，比如摄像轨道车。

5.4. 怎样判断组合导航的结果是否正确

用户可以尝试故意把代码包的初始姿态改错、然后再运行，以观察组合导航异常时的计算结果，直观体会组合导航结果正常与异常的差别。

5.5. 代码可以处理自己的实验数据吗

本代码包可以处理实验数据，已经有数百个成功案例。但是收集实验数据和处理实验数据都有一定的技术含量。本店不保证用户能成功。

用户收集实验数据时，应注意以下事项：1.IMU 要有足够的采样率，推荐高于 200Hz；采样率过低可能导致完全丧失精度；另外，IMU 数据不能有大量丢失，应该力求均匀完整采集。2.要确认 IMU 的轴向；一些市面销售的传感器其坐标方向与标准定义不符，需要额外换算。3.要记录惯性导航的初始姿态，尤其是使用低精度惯性导航装置时务必记录初始航向。4.IMU 数据与卫星接收机数据要时间对齐；有人分别记录二者数据且无时标，会导致两种数据无法对齐、不能处理；对于通常的运动场景，时间对齐精度最好优于 0.1s。5.要抑制杆臂效应，让 IMU 与卫星天线尽量靠近。

为了方便，建议实验时先原地静止 10 秒左右，再开始运动。

用户处理实验数据时，应注意以下事项：1.数据单位是正确的。2.惯性导航的初值是正确的，这点尤其重要。3.数据中已经剔除了异常数值。

5.6. 坐标系定义不一致怎么办

本代码包采用东北天坐标系。如果有人采用北东地、北天东等，也可以使用本代码包计算，但是需要稍作修改。不同坐标系定义，影响姿态四元数或欧拉角的定义，即重写公式(3-6)，不影响其余计算。采用其他坐标系，只需要换算初始姿态、输出姿态角即可；不要换算传感器轴向等无关量。

6. 著作权和服务

6.1. 工作原理参考什么资料

参考实体书《组合导航应用笔记》，东南大学出版社，2025 年。

讲解视频，哔哩哔哩视频网搜索“大胡子刘师傅”。

6.2. 著作权声明

本店保留著作权。

电路、说明书、全部附属代码（以下简称本代码包）仅限于学习和研究用途的少量使用；包含改编文件、写入嵌入式系统的编译后程序，所有副本总计不得超过 5 份。

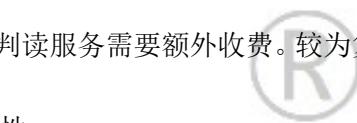
本代码包有偿使用。
严禁转卖或公开发布本代码包的全部或一部分。
大规模应用本代码包需要额外取得本店的授权。
对于违反上述要求的用户，本店有权要求停止销售、撤稿、赔偿损失等。

6.3. 服务内容

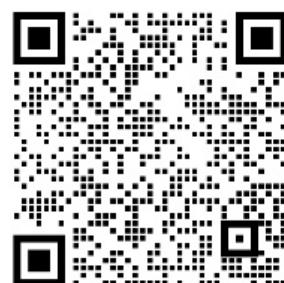
赠送 30 分钟语音答疑服务，用于解决较为复杂的疑问。
赠送长期文字答疑，用于解决简单的、零散的疑问。
答疑服务仅限直接购买人本人使用。答疑服务不能转让、不能共享。用户需要保留购买凭证截图；丢失购买凭证的，本店可以不提供答疑服务；不是从本店购买的，而是从其他渠道获得代码包的，不提供答疑服务。
本商品技术含量较高，本店不保证能在限时内解答所有疑问。有需要的用户，可以付费购买额外的语音答疑服务。
本店可提供少量的数据判读服务。但是大量的数据判读服务需要额外收费。较为复杂的数据处理，或者定制化修改代码，可能需要额外收费。
上述服务可能需要排队，本店不能保证服务的实时性。

6.4. 联系方式

西安市雁塔区雾膜软件开发站
销售、答疑、定制开发：
微信：（扫码）



雾膜软件



电子邮箱：braun@wmsoft.wang
网站：<http://wmsoft.xyz>

